

Cabri-werkblad

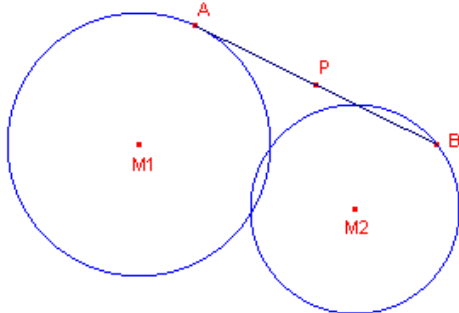
Een punt “tussen” twee cirkels

Formulering van het probleem

We gaan uit van twee willekeurige cirkels M_1 en M_2 en een willekeurig punt P .

We zoeken een lijnstuk waarvan P het midden is en waarvan de eindpunten op de beide cirkels liggen (zie figuur 1).

figuur 1



Zo'n lijnstuk noemen we in hetgeen volgt de “**pseudo-centraal**” van de beide cirkels. Het punt P noemen we het “**pseudo-midden**” van de cirkels.

Opdracht 1

- Teken twee cirkels M_1 en M_2 en een punt P op een nieuw Cabri-werkblad.
- Kies het punt A op cirkel M_1 .
- Waar ligt het andere eindpunt van de pseudo-centraal nu?
- Geef op basis van de formulering van het probleem een tweeledig antwoord op deze vraag.

Op basis van de bestaande constructie op het werkblad is het mogelijk het punt B te construeren dat aan één van beide voorwaarden voldoet, namelijk $B = \text{Puntspiegeling}(A, P)$.

- Construeer het punt B met de functie “Puntspiegeling” in het *Afbeeldingen*-menu.
- Teken ook het lijnstuk AB .
- Beweeg nu het punt A over de cirkel M_1 .
- Wat voor soort kromme lijn beschrijft het punt B in dit geval?
Geef een zo nauwkeurig mogelijke beschrijving van die kromme.

Intermezzo

Deel 1

Als je het antwoord op de laatste vraag van opdracht 1 niet hebt kunnen vinden, dan kan je een belangrijke functie van Cabri gebruiken, waardoor je wellicht wel tot een antwoord komt.

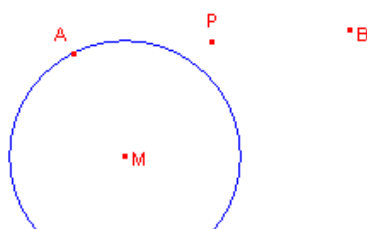
Heb je wel een antwoord gegeven, ga dan verder met Deel 2 van dit Intermezzo.

- Kies in het *Constructie*-menu de functie “Meetkundige plaats”.
 - Selecteer nu eerst het punt B en daarna het punt A .
- Nu wordt de “baan” van het punt B getekend als A over de cirkel beweegt.
- Ga dat na door A zelf over de cirkel te “slepen”.
 - Geef nu het antwoord op de laatste vraag van opdracht 1.

Deel 2

- Bewaar je huidige werkblad nu voor alle zekerheid op disk met de functie “Bewaar” in het *Bestand*-menu.
- Kies een nieuw Cabri-werkblad (je oude werkblad blijft gewoon bereikbaar). Gebruik de functie “Nieuw” in het *Bestand*-menu.

figuur 2



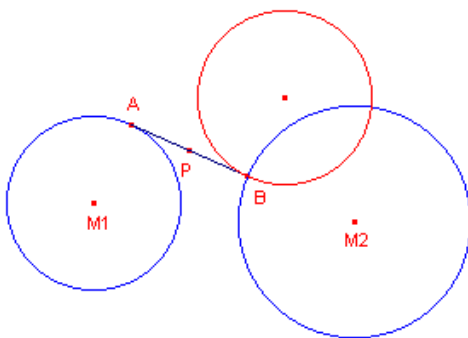
- Teken een cirkel met middelpunt M en opnieuw een punt P.
 - Kies het punt A weer op de cirkel en construeer ook B (zie figuur 2).
 - Bepaal het beeld van cirkel M onder de "Puntspiegeling" met P als centrum. Kies daartoe de functie "Puntspiegeling" in het *Afbeeldingen*-menu, selecteer de cirkel (Spiegel deze cirkel) en selecteer dan het punt P (in dit object).
 - Kies nu weer je eerste werkblad (klik dit bestand aan in het *Venster*-menu).
 - Voer nu op dit werkblad dezelfde constructie uit als hierboven.
- ☐ Wat valt je nu op?
- Selecteer de meetkundige plaat en druk op de Del-knop.

Het voordeel van het tot je beschikking hebben van een door Cabri *geconstrueerde* kromme lijn boven een door Cabri *berekende* kromme lijn (de meetkundige plaats) is, dat je met de geconstrueerde kromme lijn snijpunten met andere objecten kunt bepalen (dat helaas kan niet met meetkundige plaatsen).

(Op weg naar) de oplossing

Je kunt nu de oplossing van het probleem gemakkelijk vinden door cirkel M_2 te snijden met het gevonden beeld (het beeld van cirkel M_1). Zie daartoe figuur 3.

figuur 3

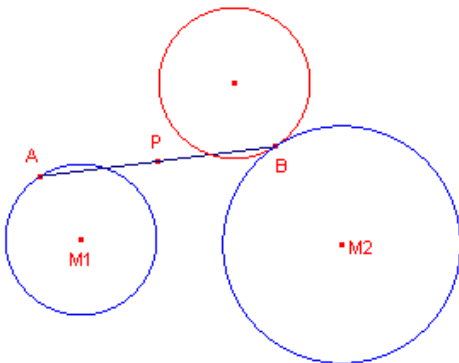


Opdracht 2

- Als er geen oplossing van het probleem is, verplaats dan het punt P of vergroot/verplaats de cirkel M_2 .
- ☐ Formuleer nu wanneer en hoe het probleem van het vinden van de pseudo-centraal van twee cirkels bij een gegeven punt P kan worden opgelost.
- ☐ Wat is het maximale aantal oplossingen (het maximaal aantal pseudo-centraal) van het probleem? Verklaar je antwoord.
- ☐ Wanneer is er slechts één pseudo-centraal te vinden?

In figuur 4 is een situatie weergegeven waarin er slechts één pseudo-centraal van de cirkels (bij het gegeven punt P) te vinden is.

figuur 4



Opdracht 3

Bij vaste ligging en grootte van cirkel M_1 en van het punt P, zijn er meerdere cirkels M_2 (met vaste straal) mogelijk waarbij precies één pseudo-centraal bestaat.

- ☐ Wat is de meetkundige plaats van de middelpunten van die cirkels?
Geef een zo volledig mogelijke beschrijving van die meetkundige plaats (let op: er zijn twee mogelijkheden!).

Aanwijzing

- Kies in het *Naam*-menu (het tweede menu van rechts) de functie "Spoor aan/uit" en selecteer het punt M_2 .
- Selecteer opnieuw het punt M_2 en sleep het punt M_2 nu zo, dat er steeds maar één pseudo-centraal getekend kan worden.

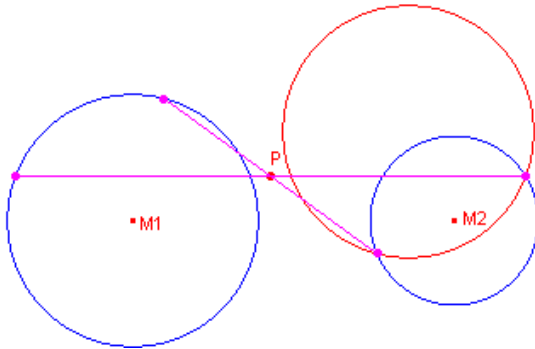
- Zet hierna Spoor weer uit.

Macro:PseudoCentraal

Het is handig als je voor verder onderzoek de beschikking hebt over een macro die, uitgaande van de cirkels M_1 en M_2 en het punt P , de pseudo-centralen tekent. We geven deze macro de naam **PseudoCentraal**.

We moeten dan natuurlijk een figuur gebruiken waarin het maximaal aantal pseudo-centralen is getekend (zie figuur 5).

figuur 5



Nb.

Bij de constructie van de pseudo-centralen van P ten opzichte van beide cirkels in figuur 5 is het punt A *niet* gebruikt.

Opdracht 4

- Construeer de macro:PseudoCentraal die, uitgaande van twee cirkels M_1 en M_2 en van een punt P , de pseudo-centralen van P ten opzichte van die beide cirkels construeert.
Bewaar deze macro indien gewenst op disk.

Geef een korte beschrijving van de constructie van de macro.

Aanwijzing

Ga uit van de snijpunten van cirkel M_2 met de beeldcirkel van M_1 en construeer op M_1 de andere eindpunten van de pseudo-centralen (gebruik voor dit laatste een afbeelding!).

Beginobjecten: cirkels M_1 , M_2 , punt P

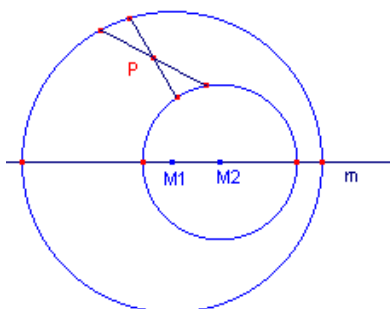
Eindobjecten: twee lijnstukken (de beide pseudo-centralen).

Finale

We passen in opdracht 5 de macro:PseudoCentraal toe.

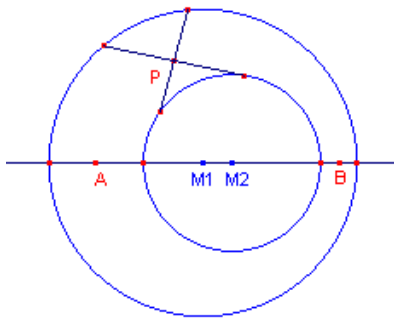
Opdracht 5

figuur 6



- Teken een lijn m met daarop de middelpunten M_1 en M_2 van de cirkels. Teken ook het punt P (dichter bij cirkel M_2 dan bij cirkel M_1). Zie figuur 6 voor de beginpositie van de objecten.
 - Pas nu de macro:PseudoCentraal toe op P , cirkel M_1 en cirkel M_2 .
- Als het goed is, zie je twee pseudo-centralen van P ten opzichte van de cirkels.
- Geef nu P enkele andere posities en bekijk daarbij het *aantal* pseudo-centralen.

figuur 7



In figuur 7 zijn de punten A en B pseudo-middens van de cirkels M_1 en M_2 .

Door A en B gaat precies één pseudo-centraal.

- ☐ Waarom zijn A en B pseudo-middens en waarom hebben de cirkels precies één pseudo-centraal ten opzichte van A en ten opzichte van B?
- ☐ Zijn er meer punten "tussen beide cirkels" zoals A en B? Verklaar je antwoord.
- ☐ Bepaal nu de gebieden waarvoor geldt, dat er, als P in zo'n gebied ligt, twee pseudo-centralen van P zijn ten opzichte van beide cirkels.

Aanwijzing

Zoek ook naar andere punten **op** de lijn m met precies één pseudo-centraal.

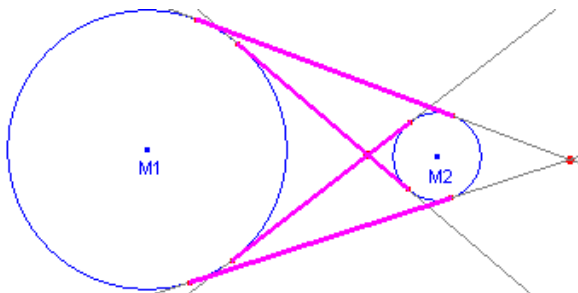
- Bekijk ook de situatie bij een andere positie van M_1 en/of M_2 .
- ☐ Geef een zo nauwkeurig mogelijke beschrijving van de gebieden met opvolgend 0, 1 en 2 pseudo-centralen.

Opdracht 6 - Gemeenschappelijke raaklijn aan twee cirkels

Onder een *gemeenschappelijk raaklijnstuk* van twee cirkels verstaan we het lijnstuk dat de raakpunten op dezelfde gemeenschappelijke raaklijn aan die cirkels verbindt.

In figuur 8 zijn de gemeenschappelijke raaklijnstukken aan de cirkels M_1 en M_2 getekend.

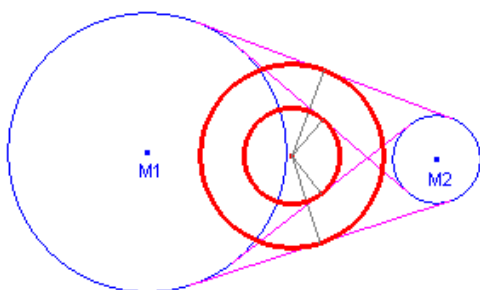
figuur 8



- ☐ Doe een uitspraak over deze gemeenschappelijke raaklijnstukken in verband met pseudo-centralen.

In figuur 9 zijn cirkels (ze hebben hetzelfde middelpunt!) getekend die in het midden van die raaklijnstukken raken aan de gemeenschappelijke raaklijnen van de cirkels M_1 en M_2 .

figuur 9



- ☐ Doe een uitspraak over deze cirkels in verband met pseudo-centralen